

Effetto Ramsauer – Townsend in un Thyatron (Xenon)

Abstract. Lo scopo dell'esperimento è quello di visualizzare l'effetto Ramsauer – Townsend (da ora in avanti chiamato per comodità *effetto RT*) utilizzando una valvola Thyatron in una atmosfera di Xenon. I dati sono acquisiti utilizzando un VI specifico, che visualizza sia la corrente di anodo che la corrente di *shield*. Utilizzando poi l'azoto liquido è possibile condensare lo xenon sul vetro della valvola annullando così l'effetto RT.

1. Introduzione¹

L'effetto RT è stato scoperto in maniera indipendente sia da Carl Wilhelm Ramsauer (1879 - 1955) e John Sealy Townsend (1868 - 1957), durante studi riguardanti le collisioni di atomi e di elettroni a bassa energia. I risultati sperimentali indicavano una inspiegabile “trasparenza” del gas per gli elettroni a bassa energia (circa 1 eV), contrariamente a quanto aspettato classicamente.

Ramsauer e Townsend calcolarono classicamente la sezione d'urto considerando gli atomi come sfere rigide. Utilizzando tale approssimazione si evince che la sezione d'urto *non dipende* dall'energia cinetica degli elettroni e quindi dalla loro velocità.²

Invece sperimentalmente si notava un andamento non monotono, ma si rendeva evidente un picco massimo in corrispondenza di circa 1 elettronvolt.

La spiegazione di tale effetto va ricercata nella formulazione quantistica della teoria atomica. Utilizzando come modello un potenziale attrattivo coulombiano schermato si riescono ad ottenere risultati interessanti, anche se non completamente compatibili con quanto osservato. Un altro modello prevede la schematizzazione dell'atomo come una buca di potenziale³.

Una stima migliore del risultato sperimentale si ottiene considerando l'atomo come una buca di potenziale tridimensionale.

¹ Per l'intero lavoro abbiamo utilizzato come linea guida il lavoro di *Kukolich* (1968), *American Journal of Physics*.

² Per questa descrizione teorica qualitativa e le successive consultare *Kukolich* (1968), *American Journal of Physics*.

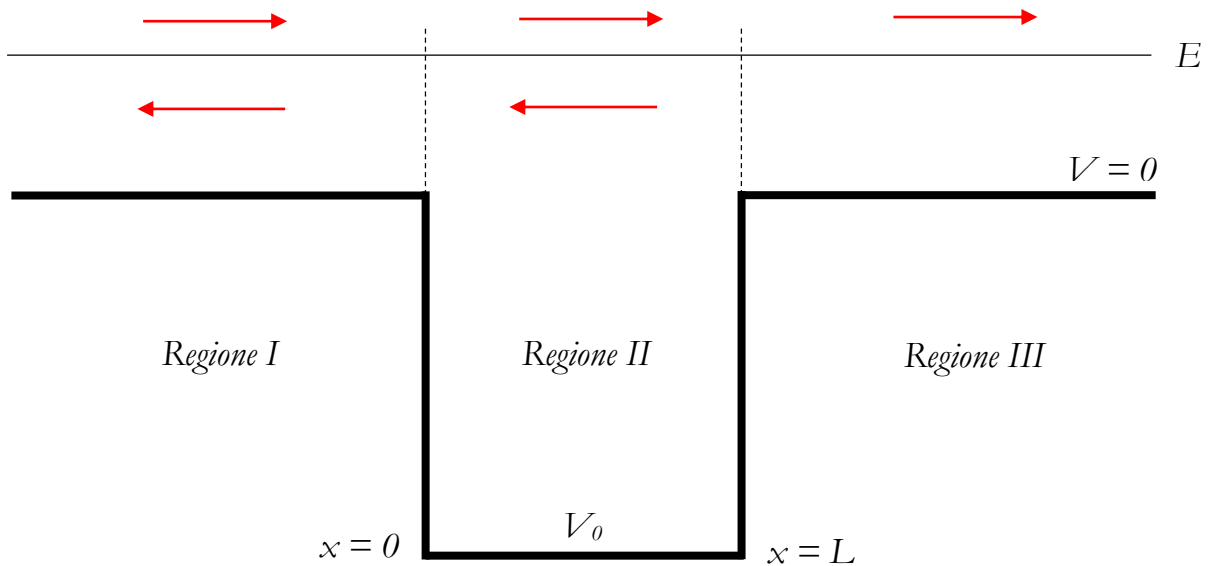
³ Bohm, D., *Quantum Theory*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1951.

Riportiamo il calcolo riguardante il modello di una buca di potenziale unidimensionale⁴.

2. Scattering di una buca di potenziale unidimensionale

Tale modello permette, parzialmente, di spiegare l'effetto Ramsauer.

Partiamo quindi prendendo una particella caratterizzata da una energia E . Siamo inoltre in presenza di una buca di potenziale (supponiamo che il potenziale esterno sia $V = 0$ e che la buca abbia una profondità V_0 e una lunghezza L):



Le frecce rosse indicano che possono verificarsi fenomeni di riflessione in corrispondenza delle due “pareti” della “buca”. Sappiamo che il numero d’onda è lo stesso per le regioni *I* e *III*, e vale:

$$k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \quad (1)$$

Mentre per la regione *II* abbiamo un numero d’onda più grande:

$$k_2 = \frac{\sqrt{2m(E+V_0)}}{\hbar} \quad (2)$$

Per la buca di potenziale possiamo facilmente risolvere l’equazione di Schrödinger per le tre regioni:

$$\begin{cases} \Psi_I(x) = A_0 e^{ik_1 x} + A e^{-ik_1 x} \\ \Psi_{II}(x) = B e^{ik_2 x} + C e^{-ik_2 x} \\ \Psi_{III}(x) = D e^{ik_1 x} \end{cases} \quad (3)$$

⁴ A. P. French, E. F. Taylor, *An Introduction to Quantum Physics* (Norton, 1978).

A questo punto dobbiamo raccordare le soluzioni delle tre regioni derivando le varie soluzioni. I raccordi vanno effettuati per $x = 0$ e per $x = L$.

Otteniamo 4 equazioni in 5 incognite. Possiamo quindi esprimere A , B , C , D in funzione di A_0 .

$$\begin{aligned} A_0 + A &= b + C \\ ik_1 A_0 - ik_1 A &= ik_2 B - ik_2 C \\ B e^{ik_2 L} + C e^{-ik_2 L} &= D e^{ik_1 L} \\ ik_2 B e^{ik_2 L} - ik_2 C e^{-ik_2 L} &= ik_1 D e^{ik_1 L} \end{aligned}$$

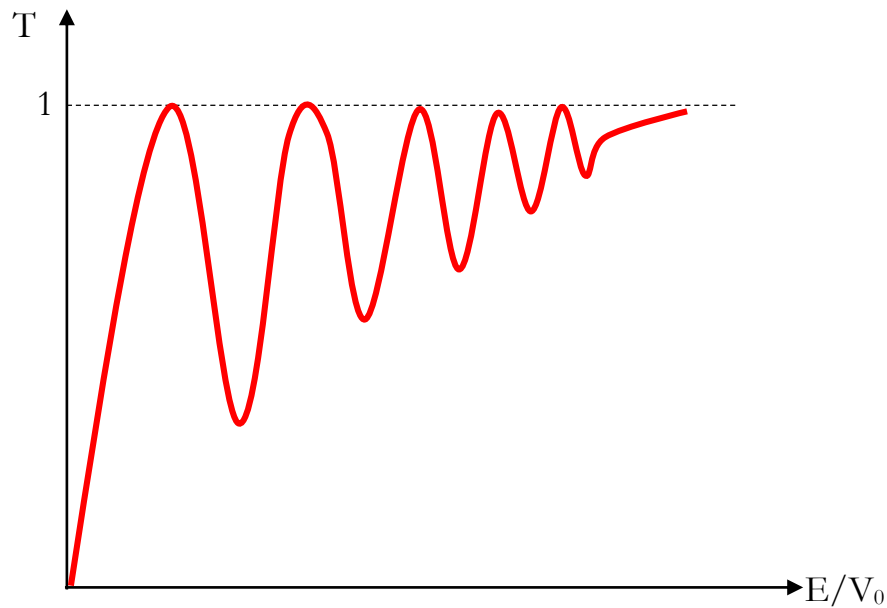
Per calcolare il valore della trasmissione T è necessario conoscere il rapporto D/A_0 . Risolvendo rispetto a B e C in termini di D troviamo:

$$\begin{cases} B = \frac{k_2 + k_1}{2k_2} D e^{ik_1 L} e^{-ik_2 L} \\ C = \frac{k_2 - k_1}{2k_2} D e^{ik_1 L} e^{ik_2 L} \end{cases} \quad (4)$$

Possiamo quindi, utilizzando le prime due equazioni del gruppo precedente e delle equazioni (4), ottenere:

$$4k_1 k_2 A_0 = [(k_2 + k_1)^2 e^{-ik_2 L} - (k_2 - k_1)^2 e^{ik_2 L}] D e^{ik_1 L} \quad (5)$$

La quantità $|D/A_0|^2$ è il rapporto fra la densità di probabilità dell'onda trasmessa rispetto a quella incidente. Poiché l'energia potenziale è uguale nelle regioni I e III , quindi il rapporto $|D/A_0|^2$ indica anche il rapporto fra la corrente trasmessa rispetto a quella incidente. Ne consegue che $|D/A_0|^2 = T$.



In figura riportiamo l'andamento del coefficiente di trasmissione T in funzione del rapporto E/V_0 . Si noti come sia presente una situazione di risonanza per alcuni valori di E/V_0 in cui T raggiunge il 100%.

Il risultato è interessante: nonostante non rappresenti bene l'andamento che si osserva sperimentalmente, si vede che il parametro T non è monotono, come invece aspettato dalla teoria classica. E' altresì possibile una sorta di fenomeno di risonanza, in cui il coefficiente raggiunge un valore pari a 1.

Senza addentrarsi troppo nei dettagli, possiamo ricavare qualche informazione importante senza dover valutare approfonditamente il risultato generale.

1. Situazione in cui $k_1 \ll k_2$. In parole povere l'energia della particella è nettamente minore della profondità della buca. Possiamo ricavare:

$$T \approx \frac{4k_1^2}{k_2^2 \sin^2 k_2 L}$$

k_1 è proporzionale a \sqrt{E} , mentre k_2 rimane sostanzialmente costante al variare di E : infatti k_2 è proporzionale a $\sqrt{V_0 + E}$, ma poiché $V_0 \gg E$, possiamo trascurare l'energia della particella. Quindi ne consegue che $T \sim E$: la trasmissione della buca di potenziale è grosso modo lineare con l'energia della particella incidente.

2. Consideriamo ora il caso in cui $E \gg V_0$. In questo caso abbiamo $4k_1^2 A \approx 4k_1^2 D$, e consegue che $T \sim 1$. Fisicamente questo risultato torna, infatti se l'energia delle particelle incidenti è molto alta allora esse risentono pochissimo della buca di potenziale, e quindi la trasmissione è prossima ad 1.

3. Se infine $k_2L = n\pi$, abbiamo una situazione di risonanza molto interessante, già evidenziata nella figura della pagina precedente. n è intero, quindi abbiamo due tipologie di risultato:

$$\begin{cases} e^{ik_2L} = e^{-ik_2L} = +1 & (n \text{ pari}) \\ e^{ik_2L} = e^{-ik_2L} = -1 & (n \text{ dispari}) \end{cases}$$

Da cui consegue che:

$$A_0 = \pm D e^{ik_1L}$$

Ovvero $T = 1$. Significa quindi che per determinati valori di k_2 la buca di potenziale è completamente trasparente alla particella in arrivo.

Tale comportamento è riconducibile all'effetto RT. Collegando questo modello all'atomo di un gas nobile, possiamo interpretare l'atomo stesso come una buca di potenziale di lunghezza $L = 2R$, a cui corrisponde un minimo della sezione d'urto a $\lambda_1 = 4R$. L'energia cinetica dell'elettrone in questo caso corrisponde a:

$$\frac{h^2}{32mR^2}$$

Considerando R circa uguale ad 1 Angstrom, abbiamo che l'energia cinetica vale circa 10 eV. Peccato che le prove sperimentali riportino un valore per l'energia cinetica grosso modo vicino ad 1 eV. Ciò significa che per ottenere un maggior accordo, è necessario scomodare modelli più raffinati, come quello della buca di potenziale tridimensionale.

3. Apparato sperimentale



L'esperimento che abbiamo condotto è sostanzialmente identico a quanto suggerito da *Kukolich* nel suo lavoro⁵. Il problema fondamentale è che tale lavoro risale ad oltre 40 anni fa, ed utilizzava una valvola termoionica. Per quanto ancora oggi sia possibile recuperare le valvole termoioniche (sono infatti utilizzate per amplificare segnali ad alta potenza, dove i transistor non possono lavorare) esse sono piuttosto rare e quindi di non facile reperibilità.

In particolare questo esperimento utilizza un tetrodo riempito con gas xenon a bassa pressione (Thyatron), così come riportato

⁵ S. G. Kukolich, *Demonstration of the Ramsauer – Townsend effect in a Xenon Thyatron (1968)*, *Am. Jour. Of Phy.*

in figura a sinistra. Emblematico il fatto che la foto qui riportata appartenga al *National Valve Museum*⁶.

Invece a destra è riportato lo schema esemplificativo di un tetrodo, ovvero di una valvola termoionica composta sostanzialmente da quattro elementi (oltre al filamento). Nel nostro caso, il thyatron utilizzato è il 2D21 della *Sylvania*⁷, il cui utilizzo “normale” è ben spiegato dall’abstract nella prima pagina del *datasheet*:

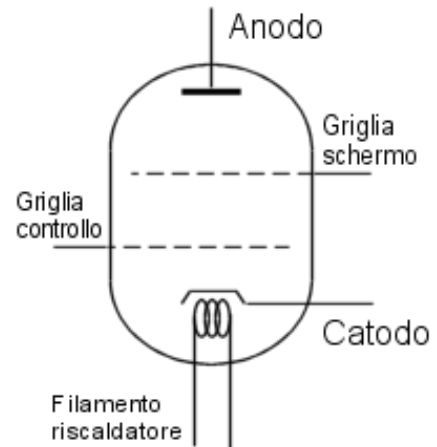
“The Sylvania Type 2D21 is a miniature four element thyatron with negative control characteristics designed for use in relay applications. The 2D21 features a high control ratio essentially independent of temperature over a wide range, low grid to plate capacitance and low grid current”

Il vantaggio di questa valvola è che la griglia è creata da uno scudo in metallo che avvolge tutta la parte centrale della valvola stessa (*shield*), cosicché si possano catturare la maggior parte degli elettroni scatterati dal gas, senza danneggiare l’anodo a causa della troppa corrente sviluppata.

Questa particolare conformazione della valvola va tutta a nostro vantaggio: infatti calcolare gli elettroni scatterati rispetto a quelli che invece sono passati indisturbati ci porterà a capire il rapporto di trasmissione e quindi identificare il minimo corrispondente della sezione d’urto.

Riportiamo una tabella con le caratteristiche più importanti (*Absolute Maximum Ratings*) della 2D21, recuperate direttamente dal *datasheet*.

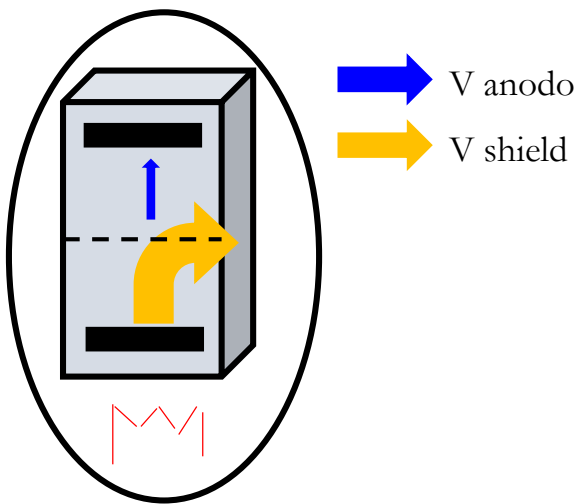
Peak Forward Plate Voltage	650 V
Peak Inverse Plate Voltage	1300 V
Cathode Current (Peak)	500 mA
Cathode Current (Average)	100 mA
Cathode Current (Surge)	10 A
Cathode Current (Averaging Time)	30 sec
Negative Control Grid Voltage (Before Conduction)	100 V
Negative Control Grid Voltage (During Conduction)	10 V
Positive Control Grid Current (Plate Positive)	10 mA



⁶ <http://www.r-type.org/index.htm>

⁷ <http://www.r-type.org/pdfs/2d21.pdf>

Positive Control Grid Current (Plate Negative)	10 mA
Negative Shield Grid Voltage (Before Conduction)	100 V
Negative Shield Grid Voltage (During Conduction)	10 V
Positive Shield Grid Current (Plate Positive)	10 mA
Positive Shield Grid Current (Plate Negative)	10 mA
Ambient Temperature Limits	-75 to +90 °C



La valvola è poi montata su una staffa metallica (a testa in giù) in modo che possa stare in piedi e inoltre che possa essere immersa in un becker.

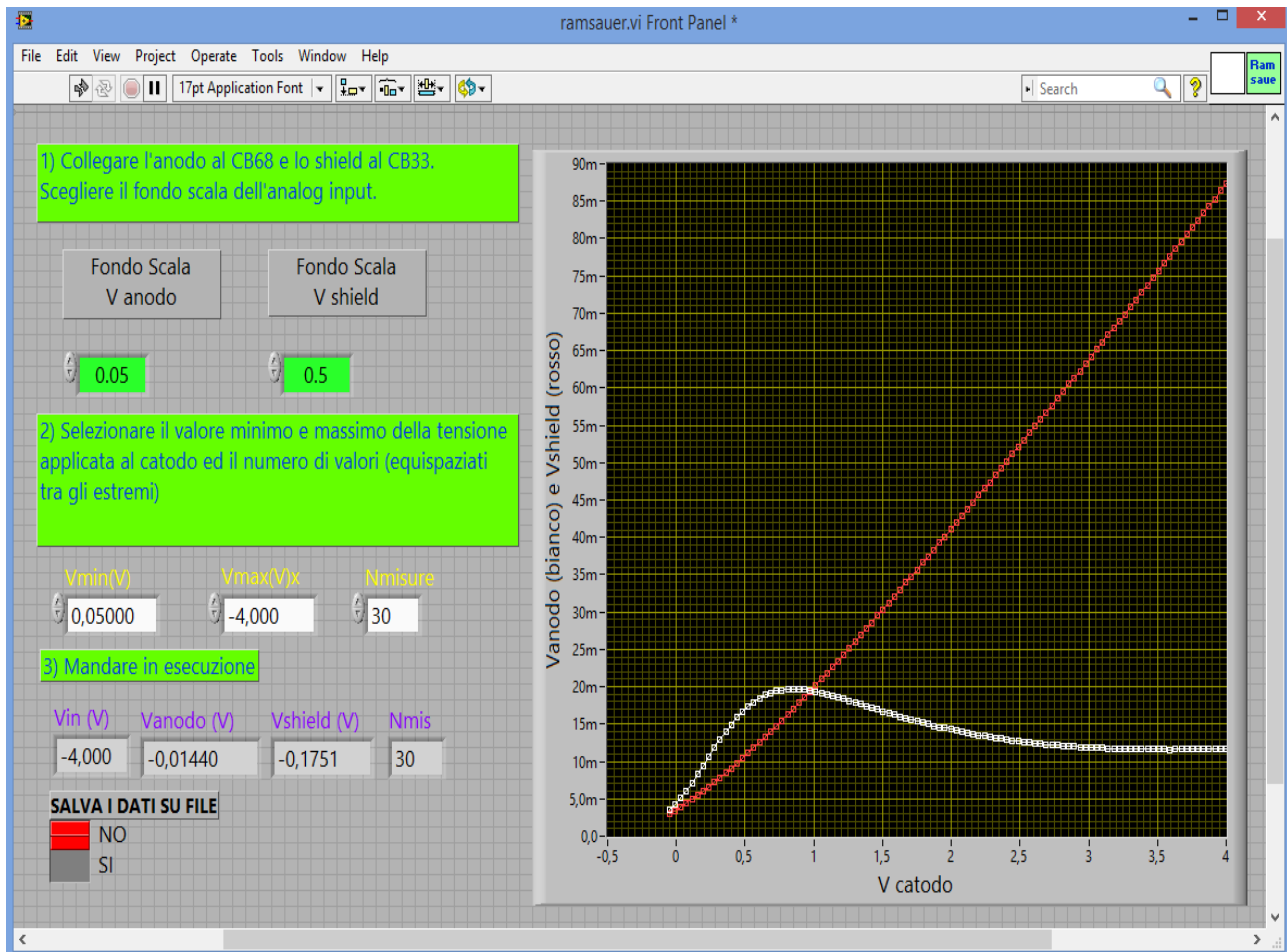
Oltre alla valvola ci occorre appunto un becker e dell'azoto liquido. L'azoto liquido ha la peculiarità di bollire attorno ai -196 °C , mentre lo xenon condensa sui -108 °C , quindi immergendo con attenzione la valvola nell'azoto liquido si può ottenere la condensazione del gas sulle pareti vitree della valvola. Questo stratagemma ci permette di eliminare il gas, e quindi di annullare l'effetto

RT.

Il VI utilizzato ci permette di variare la tensione applicata al catodo e di visualizzare su un grafico la tensione (e quindi la corrente, ergo gli elettroni che arrivano) di *shield* e di anodo. La tensione di *shield* è nettamente più elevata, infatti in generale lo scudo raccoglie molto più elettroni dell'anodo (e questo è un bene, l'anodo può facilmente rovinarsi irrimediabilmente se sottoposto ad una corrente troppo elevata).

Inoltre è stato necessario mettere in serie due resistenze per evitare correnti troppo elevate, sia allo *shield* sia all'anodo. Allo *shield* abbiamo messo in serie una resistenza da $(10.06 \pm 0.11)\text{ k}\Omega$, mentre all'anodo una resistenza da $(32.9 \pm 0.1)\ \Omega$.

Riportiamo per completezza il pannello frontale del VI utilizzato per l'acquisizione dei segnali. Si nota bene la prima acquisizione dove la tensione di anodo non presenta un andamento monotono, ma presenta un picco massimo in corrispondenza di circa 1 eV.

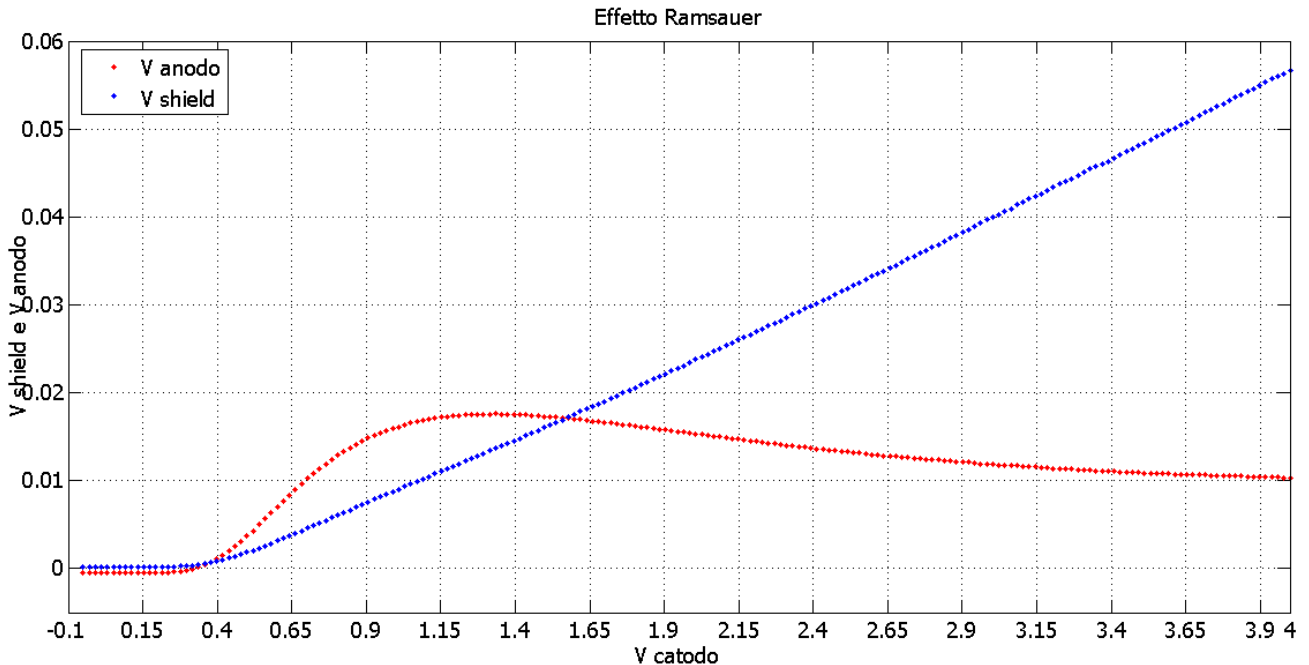


Abbiamo eseguito diverse acquisizioni, variando non solo il range di tensione da applicare al catodo, ma anche il voltaggio del filamento, utilizzando un altro V_f . Oltre a questo abbiamo eseguito acquisizioni immergendo la valvola in azoto liquido, dove si nota evidentemente una totale assenza dell'effetto RT.

Nelle pagine successive riportiamo quindi l'analisi dei dati ottenuti.

4. Analisi Dati⁸

Innanzitutto riportiamo un grafico in cui si evidenzia l'effetto RT. Come si nota è presente un massimo relativo nella tensione di anodo, stando a significare che è presente una inaspettata “trasparenza” per gli elettroni a bassa energia.



Nel caso in questione il massimo è collocato in corrispondenza della tensione di catodo:

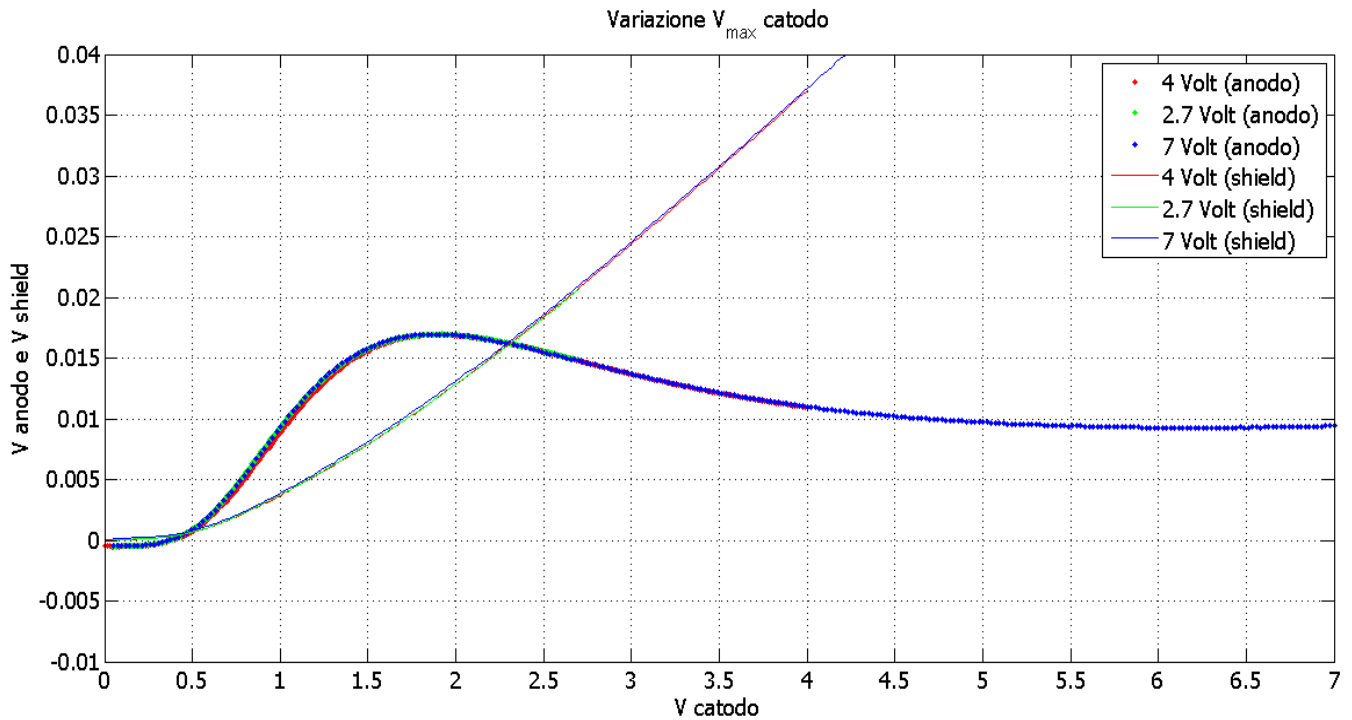
$$V_{max} = (1.33 \pm 0.02) V$$

Tale valore è in buon accordo con quanto aspettato dalla teoria.

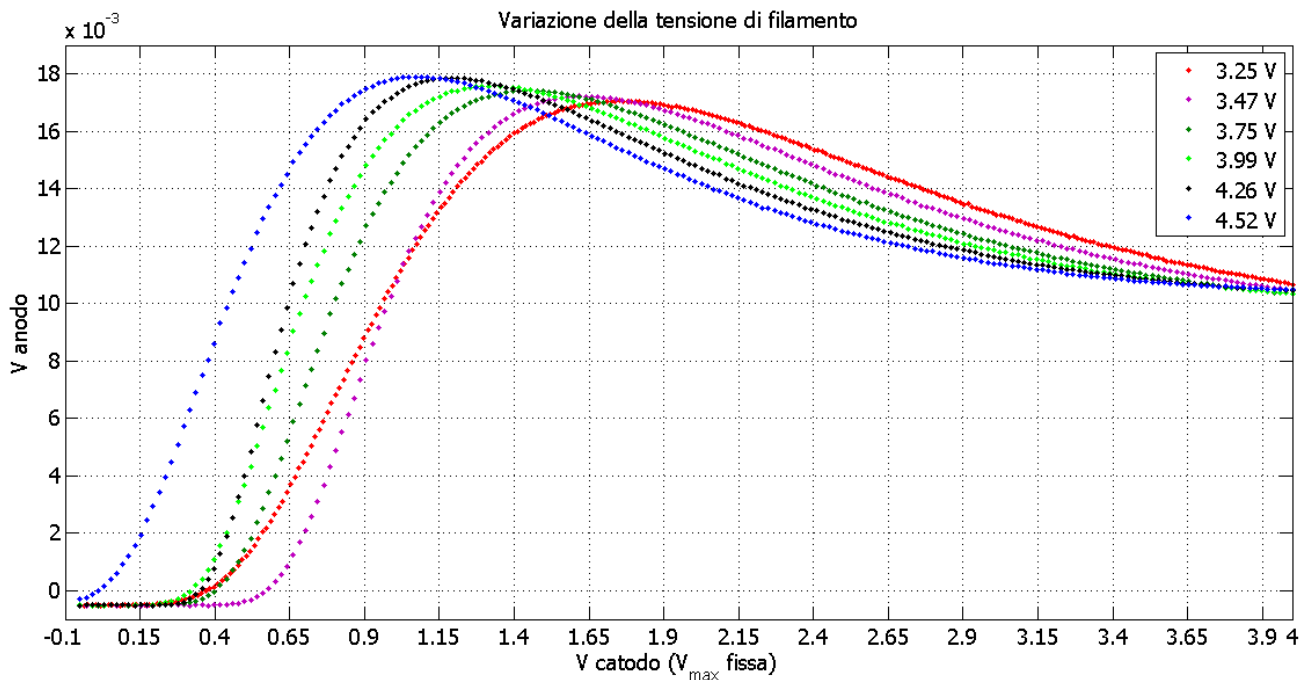
Successivamente abbiamo eseguito una serie di misure volte a verificare l'eventuale dipendenza della posizione del massimo al variare dell'intervallo di tensione applicato al catodo. Per fare questo abbiamo eseguito tre misure in cui abbiamo fatto variare la tensione di catodo da un minimo di 0.5 V fino ad un massimo di 2.7, 4, 7 Volt. Il risultato è che il massimo, correttamente, non dipende dall'intervallo di tensione.

Nella pagina seguente è presente un grafico in cui verificiamo questo. Poiché le curve caratteristiche della tensione di anodo che della tensione di *shield* si sovrappongono, non è possibile discriminare facilmente le tre differenti acquisizioni. In legenda sono comunque riportate ulteriori informazioni utili.

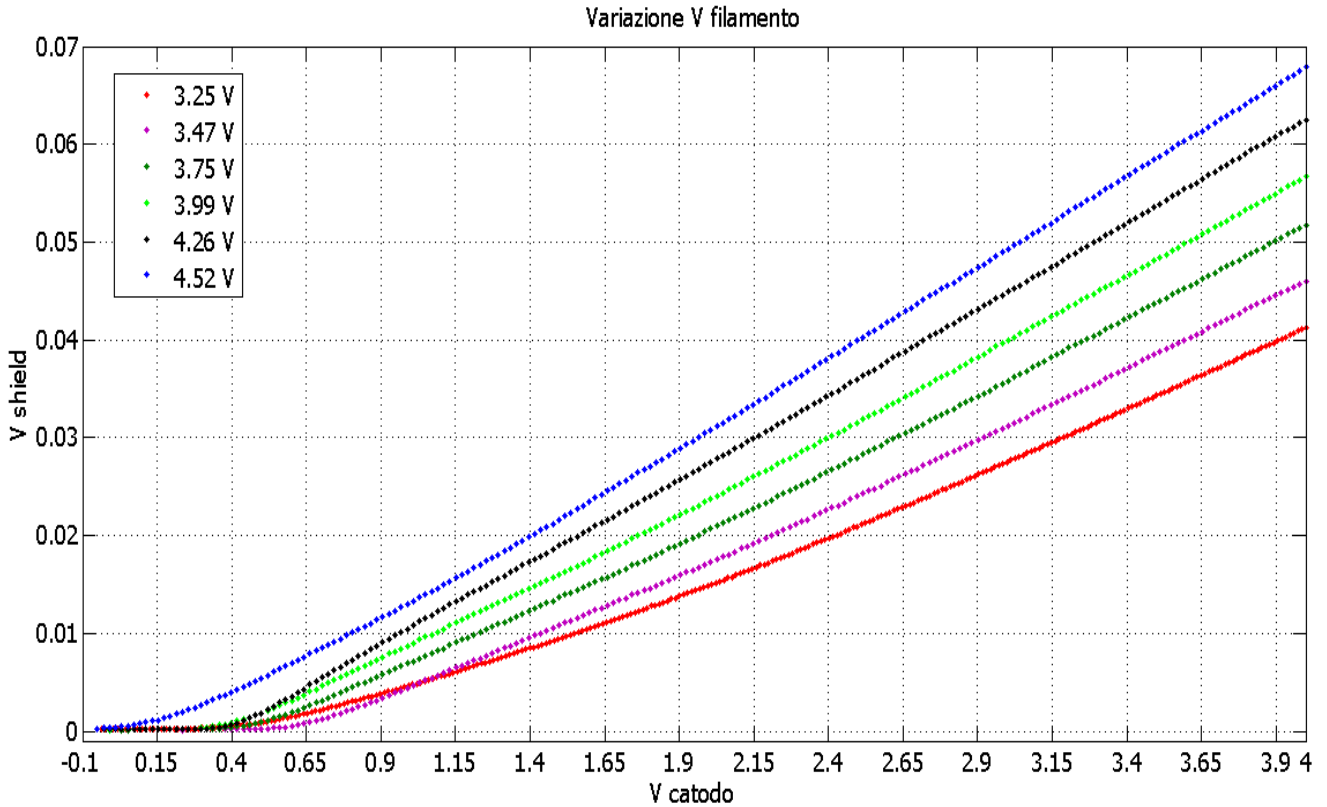
⁸ Per una ricerca completa dei lavori utili riguardo all'effetto Ramsauer ci si è iscritti al *social* ResearchGate, dove sono inserite tantissime pubblicazioni sui più disparati argomenti (www.researchgate.net).



Una analisi molto più interessante è lo studio del massimo in funzione della variazione dell'alimentazione del filamento. In questo caso influiamo pesantemente sul sistema, in quanto indirettamente andiamo a modificare l'energia degli elettroni. Infatti la tensione scalda il filamento, il quale proporzionalmente alla tensione applicata emette elettroni per effetto termoionico. Riportiamo un grafico con le diverse acquisizioni effettuate.



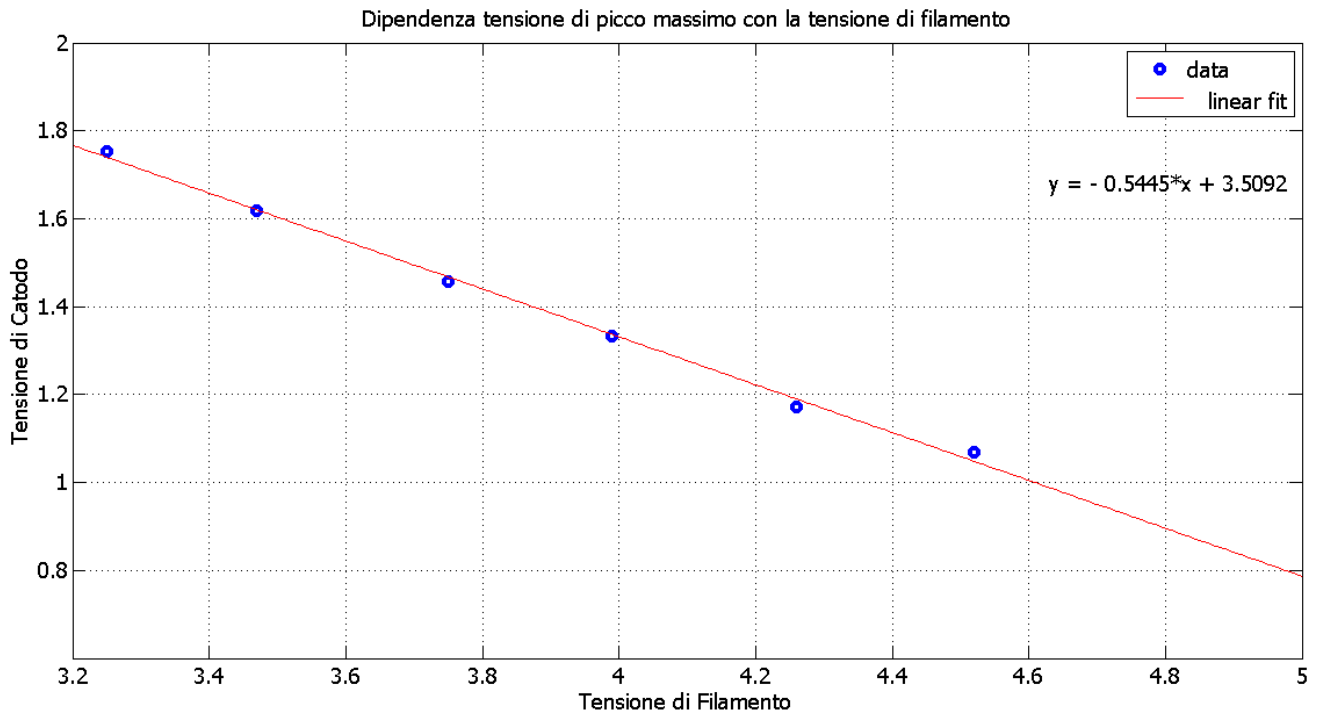
Riportiamo nella pagina successiva anche i dati relativi alla tensione di *shield*, sempre riferita alle misure effettuate per variazione della tensione di filamento.



Interessanti sono i dati della tensione di anodo al variare della tensione di filamento. Come si vede, il picco massimo tende ad arretrare, e questo è comunque consistente: possiamo intendere la retrocessione del picco con il fatto che gli elettroni devono acquisire meno energia fra le due griglie, infatti sono già accelerati a sufficienza dal filamento più caldo. Riportiamo in tabella le posizioni dei diversi picchi in funzione della tensione di filamento.

Tensione di filamento	Tensione di catodo	Tensione di anodo (max)
3.25	1.752	0.017
3.47	1.619	0.017
3.75	1.456	0.017
3.99	1.334	0.017
4.26	1.171	0.018
4.52	1.069	0.018

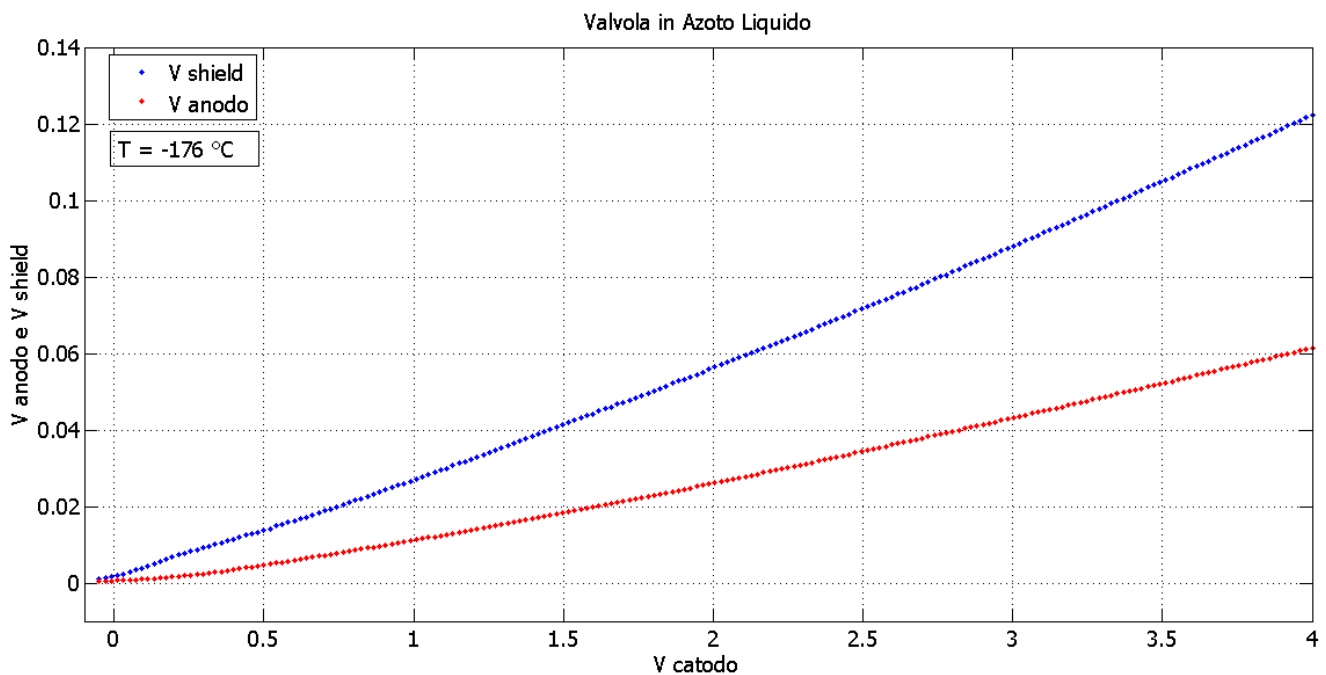
A questo punto diventa interessante plottare i dati ottenuti per vedere eventuali dipendenze del picco massimo in relazione con la tensione di filamento.



I punti sperimentali si dispongono su una retta a pendenza negativa:

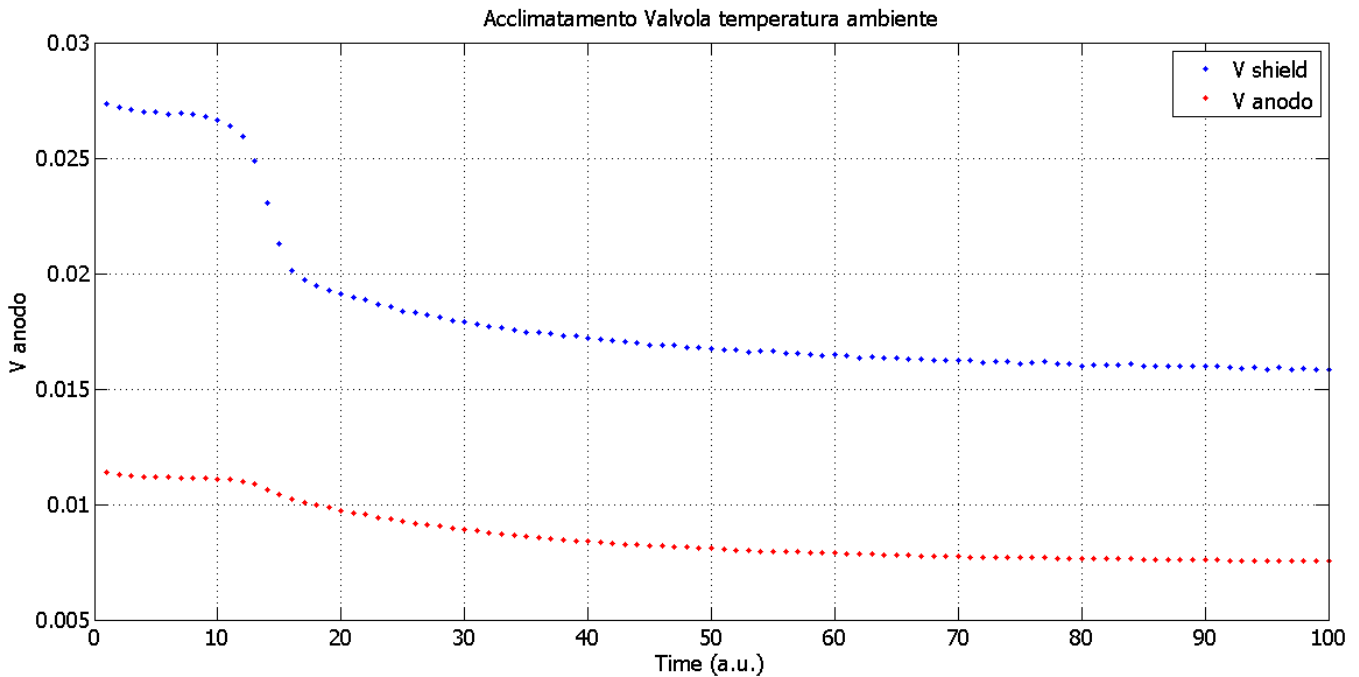
$$m = 0.54 \pm 0.04$$

Riportiamo quindi il grafico in cui si evidenzia l'andamento della tensione di anodo e della tensione di *shield* quando la valvola è immersa in azoto liquido, e quindi con il gas xenon condensato sulle pareti.



In questo caso l'andamento della tensione di anodo è monotona, a differenza di quanto avviene con il gas xenon libero.

Abbiamo infine eseguito una acquisizione togliendo la valvola dall'azoto liquido. Un V/I modificato ci ha permesso di mantenere costante la tensione di catodo e misurare la tensione di anodo col passare del tempo. In questo modo è possibile ricavare il tempo di acclimatamento della valvola, ovvero ricavare il tempo in cui lo xenon ritorna completamente allo stato gassoso.



Il grafico presenta una variazione nella tensione di anodo, in corrispondenza dell'estrazione della valvola dal becher di azoto liquido. In poco tempo lo xenon ritorna allo stato gassoso, e lo *scattering* degli elettroni con gli atomi di gas riduce la tensione misurata sia sullo *shield* che sull'anodo.

Il tempo riportato in ascisse è in *arbitrary units*, ma comunque ogni misura è intervallata alla successiva da 50 millisecondi. Possiamo presumere, senza grossi problemi, che il fenomeno di vaporizzazione dello xenon inizi a 10 AU e termini a 20 AU. Ciò significa che lo xenon ritorna allo stato gassoso in circa:

$$\tau = 50 \text{ ms} \cdot 10 \text{ AU} = 500 \text{ ms} = 0.5 \text{ secondi}$$

Quindi in circa mezzo secondo la maggior parte dello xenon è ritornato allo stato gassoso. Tale velocità di condensazione è indice della bassa pressione del gas all'interno della valvola.

Utilizzando le tensioni ottenute con la valvola "congelata" e le tensioni a valvola libera, è possibile calcolare, con qualche passaggio, il libero cammino medio e conseguentemente la sezione d'urto (*cross section*).

Seguiamo per questa analisi il lavoro proposto da *Kukulich*.

La corrente di anodo è data da:

$$I_p = I_s f(V) (1 - P_s) \quad (6)$$

Dove con I_s e con I_p indichiamo rispettivamente la corrente di *shield* e la corrente di anodo. Invece con $f(V)$ indichiamo un parametro geometrico.

Se noi immergiamo la valvola in azoto liquido, P_s diventa molto piccolo⁹, cosicché $f(V) = I_p^*/I_s^*$.

Possiamo quindi indicare la probabilità:

$$P_s = 1 - \frac{I_p I_s^*}{I_s I_p^*} \quad (7)$$

Successivamente la probabilità P_s è legata al libero cammino medio in tal maniera:

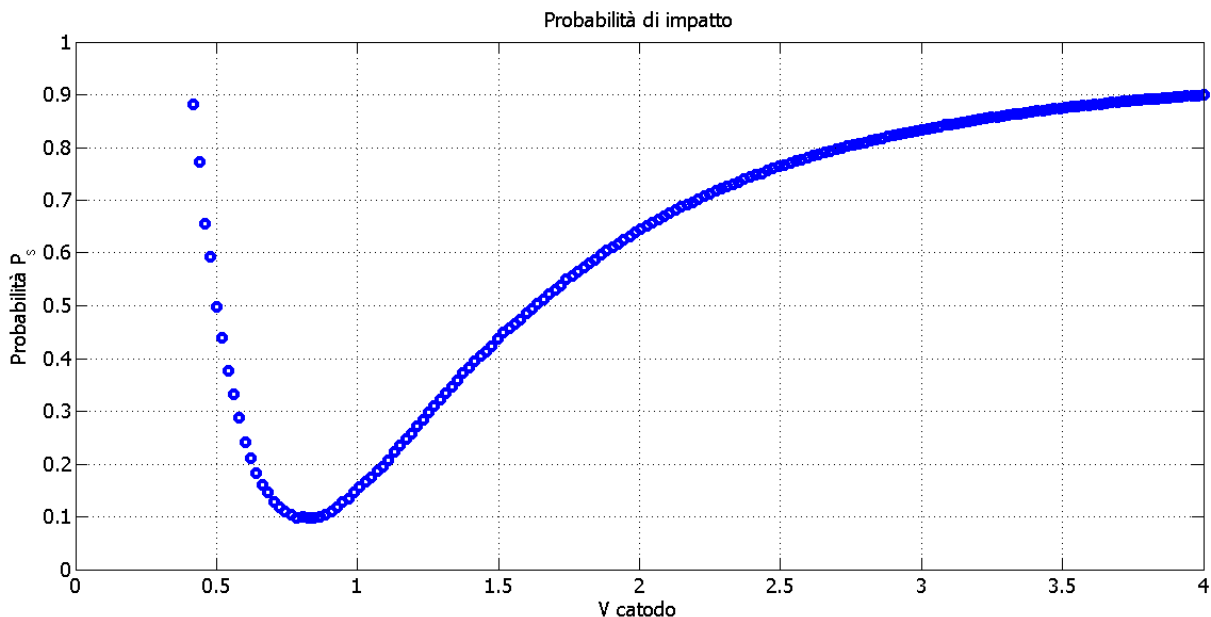
$$P_s = 1 - e^{-L/\lambda} \quad (8)$$

Dove con L abbiamo indicato la distanza fra la griglia e l'anodo, che è, nel nostro caso, di 0.7 cm.

Infine la *cross section* è legata al libero cammino medio dalla relazione (n particelle per cm^3)

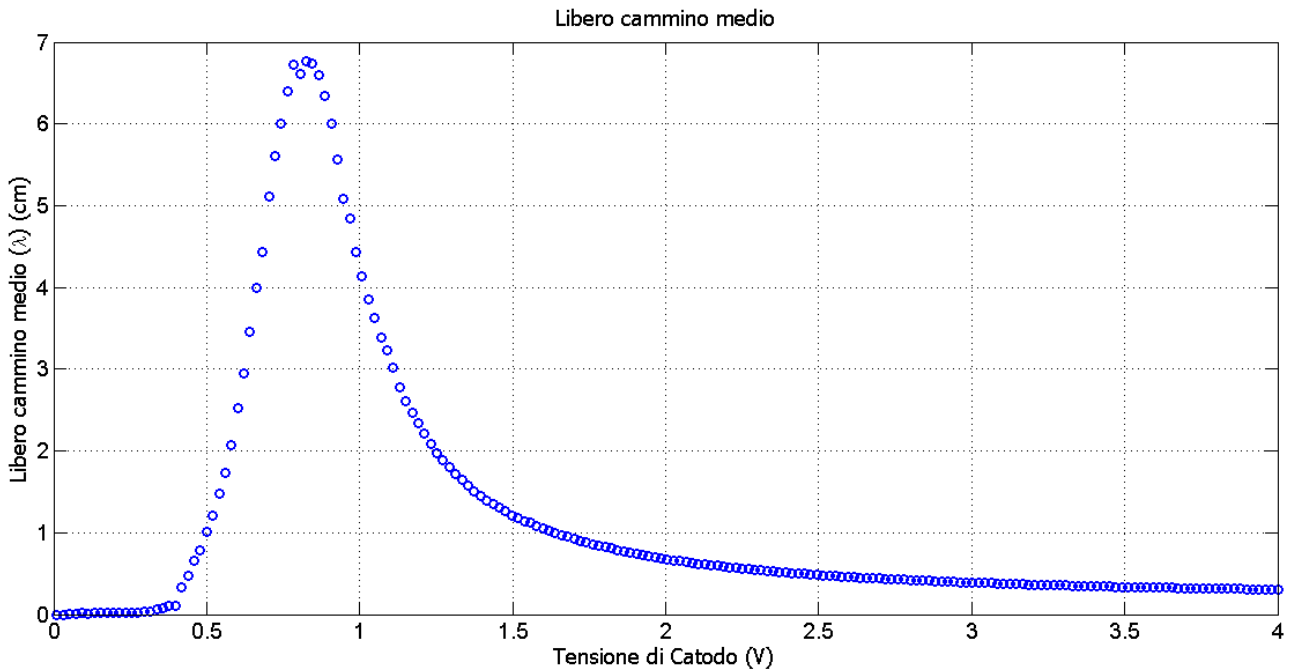
$$n\sigma = 1/\lambda \quad (9)$$

Le correnti possiamo facilmente ricavarle dalle tensioni dividendo queste ultime per le resistenze collegate in serie (si assume che esse siano nettamente superiori alle resistenze interne della valvola). Riportiamo il grafico relativo all'equazione (7).



⁹ Con le grandezze segnate con l'asterisco intendiamo quelle misurate con la valvola immersa nell'azoto liquido.

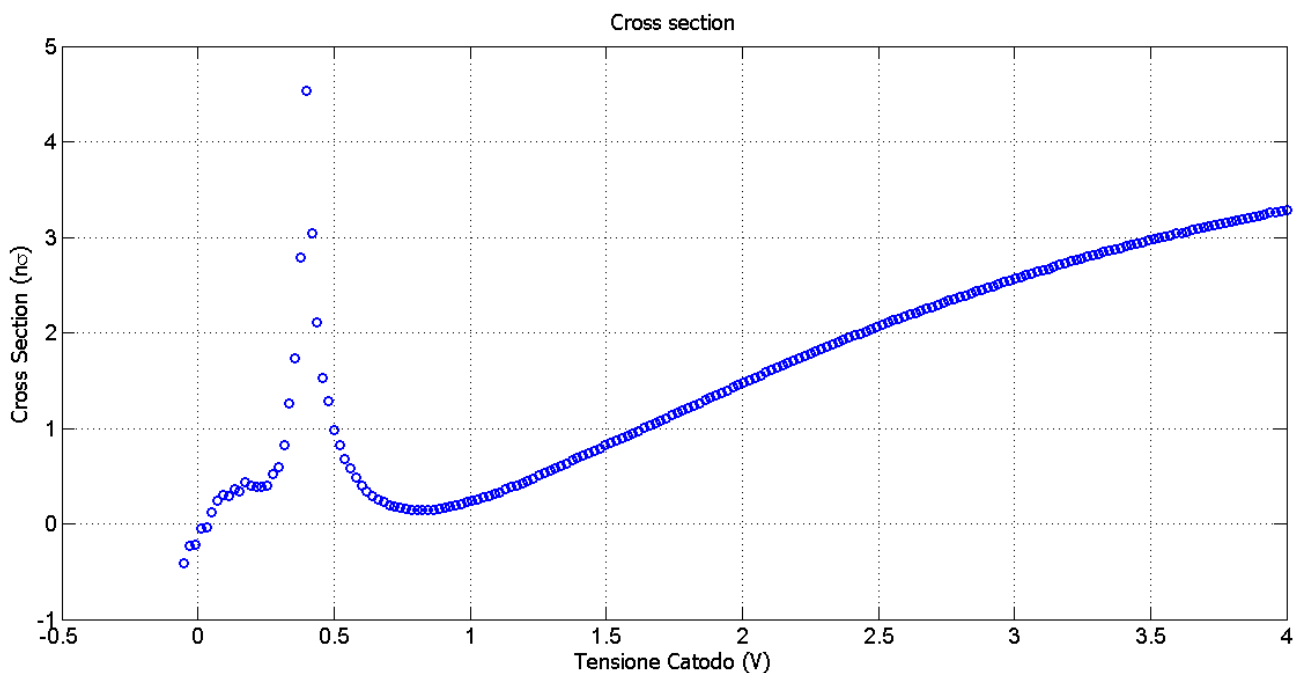
Si nota un minimo in corrispondenza di poco meno di 1 Volt, grosso modo quanto aspettato. La probabilità di impatto con atomo “crolla”, evidenziando proprio questa sorta di trasparenza della materia per elettroni a basse energie.



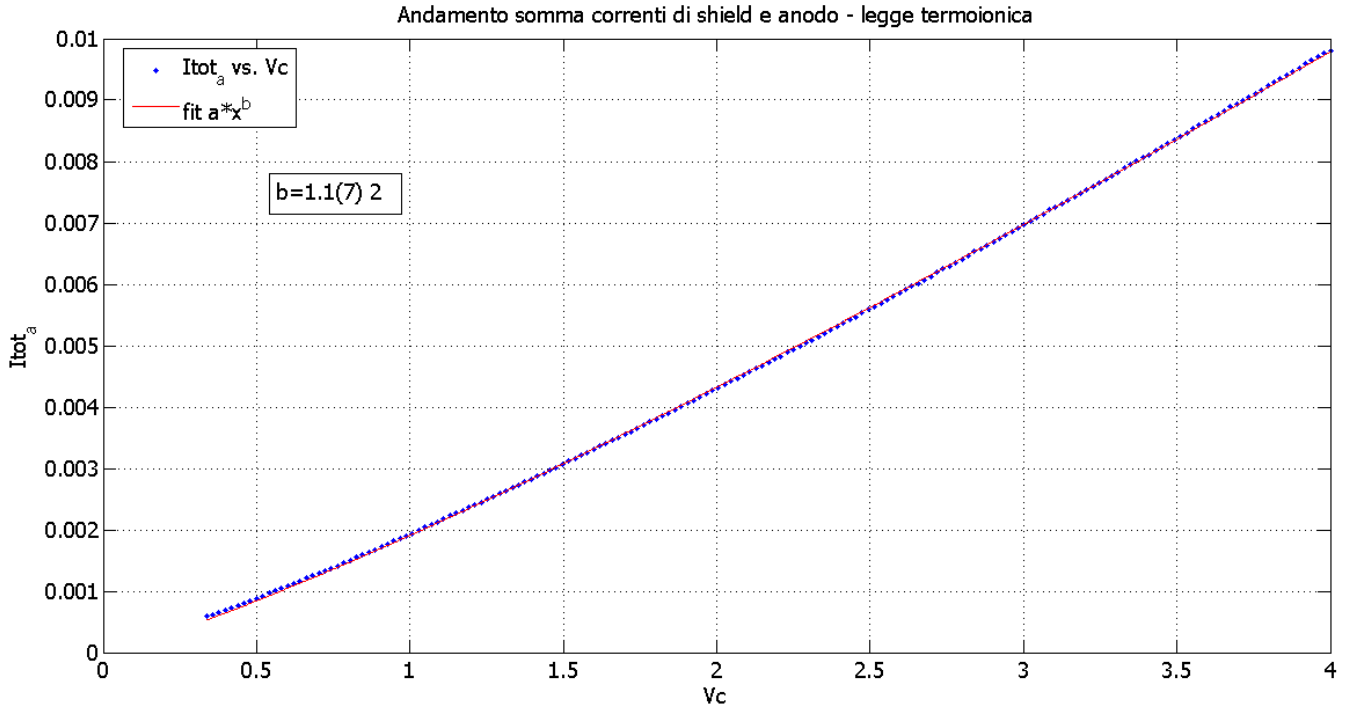
Applicando ai dati ottenuti l'equazione (8) è possibile calcolare il libero cammino medio λ in funzione della tensione di catodo:

Abbiamo un picco massimo sempre vicino a 1 Volt, dove il libero cammino medio si avvicina a circa 7 cm.

Riportiamo il grafico relativo alla *cross section*:



Per completezza, abbiamo anche eseguito la somma delle correnti di *shield* e di anodo quando la valvola era immersa in azoto liquido, in questo modo abbiamo potuto verificare la dipendenza della corrente generata dal filamento in funzione della tensione applicata.



Il parametro b risulta grosso modo paragonabile a quanto aspettato, ovvero $3/2$. Probabilmente se avessimo preso più dati, spingendosi oltre i 4 volt, la stima sarebbe stata migliore.